個数の処理

(　　)組・番号(　　)氏名(　　　　　　　)NO1

順列

> n 個の異なるものの中から r 個を取り出して1列に並べた順列を **n 個のものから r 個取った順列**といい、${}_nP_r$ で表す。
> 1から n までのすべての自然数の積を n の**階乗**といい、記号 $n!$ で表す。${}_nP_n = n!$ である。ただし、$0! = 1$

1. 540 の正の約数は何個あるか。

$540 = 2^{\square} \times 3^{\square} \times 5$

したがって、正の約数の個数は　$(\square+1)(\square+1)(\square+1) = \square$

正の約数の和は，(　　　　　　　　　)(　　　　　　　　　　　)$(1+5) = \square$

2. 次の値を求めよ。

(1) ${}_7P_1$　　(2) ${}_8P_5$　　(3) ${}_9P_3$　　(4) ${}_5P_5$　　(5) ${}_6P_0$

3. 次の場合の数を求めよ。

(1) 1.2.3.4.5.6 の6個の数字を1列に並べる方法　[解] $\square! = \square\cdot\square\cdot\square\cdot\square\cdot\square\cdot\square = \square$

(2) 7人のうち5人が選ばれて1列に並ぶ方法　[解] ${}_{\square}P_{\square} = \square\cdot\square\cdot\square\cdot\square\cdot\square = \square$

(3) 5個の文字 a, b, c, d, e から3個を選んで1列に並べる方法

[解] ${}_{\square}P_{\square} = \square\cdot\square\cdot\square = \square$

4. 役員9人の中から, 委員長, 副委員長, 書記を各1人ずつ選ぶ方法は何通りあるか。
ただし、兼任は認めないものとする。

9人の中から3人を選んで, 委員長, 副委員長, 書記の順に並べればよい。
ゆえに, 並び方の総数は　${}_{\square}P_{\square} = \square\cdot\square\cdot\square = \square$

5. 0, 1, 2, 3, 4, 5 の6つの数字がある。

(1) この中の異なる数字を使ってできる5桁の整数は幾つあるか。

(2) 両端の数字が奇数である4桁の整数

(1) 万の位の数字は 1, 2, 3, 4, 5 のどれをとってもいいから $\square$ 通り
千, 百, 十, 一の位の数字の並べ方は、残りの5個の数字から4個取って1列に並べる方法で
$\square \times {}_{\square}P_{\square} = \square \times \square\cdot\square\cdot\square\cdot\square = \square$ …答

(2) 両端に奇数をおくおき方は 1, 3, 5 から2つ選んで並べる順列の個数に等しいので
${}_{\square}P_{\square}$ 通り。百, 十の位の数字の並べ方は、残りの4個の数字から2個取って
1列に並べる方法で ${}_{\square}P_{\square}$ 通り。
したがって、${}_{\square}P_{\square} \times {}_{\square}P_{\square} = \square\cdot\square \times \square\cdot\square = \square$ …答

6. 男子3人、女子2人が1 列に並ぶとき、女子2人が隣り合う並び方は何通りあるか。

隣り合う女子2人を1人と考えると、並び方は $\square!$ 通り
女子2人の並び方が2通りあるから、求める並び方は
$2 \times \square! = 2 \times \square\cdot\square\cdot\square\cdot\square = \square$ …答

個数の処理

(　　)組・番号(　　)氏名(　　　　　　　　)NO2

7. 男子５人、女子３人が１列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。
'(1) 女子３人が隣り合う。　　　　　　　　(2) 両端が女子である。

順列

円順列 異なるｎ個のものを並べる円順列の総数は　$(n-1)!$

8. ６人が円形のテーブルに着席する方法は何通りあるか。

１人の位置を固定すると $(\boxed{}-1)! = \boxed{}$ ･･･答

9. ７人から５人が選ばれて、円形に並ぶ方法は何通りあるか。

７人から５人選ぶ組合せの総数は $_{\square}C_{\square}$ 通り ５人を円形に並べる円順列の総数は $\boxed{}!$ 通り したがって、求める方法は　$_{\square}C_{\square} \times \boxed{}! = \boxed{}$

10. 女子２人と男子４人が円形のテーブルに座るとき次の問に答えよ
(1) 女子が隣り合わせに座る
(2) 女子が隣り合わないように座る
(3) ２人の女子が向かい合う。

(1) 隣り合う女子を１人と考えると、５人の並び方は $(\boxed{}-1)!$ 通り 女子の席の入れ替えが２通りあるから、並び方の総数は　$(\boxed{}-1)! \times \boxed{} = \boxed{}$ ･･･答 (2) 全体の並び方から、女子が隣り合う場合を引けばよいから $\boxed{}! - \boxed{} = \boxed{}$ ･･･答 (3) １人の女子の位置を固定すると、向かい合う女子の位置は１通りに 決まるので、$\boxed{}! = \boxed{}$

重複順列 異なるｎ個のものからｒ個とった重複順列の総数は　n^r

11. 同じ数字を繰り返し用いることを許して、３桁の整数をつくるとき
次の場合に３桁の整数は何個できるか。
(1) 1,2,3,4 の４個の数字を用いる場合
(2) 0,1,2,3 の４個の数字を用いる場合。

(1) $\boxed{}^{\boxed{}} = \boxed{}$ ･･･答　　(2) $\boxed{} \times \boxed{}^{\boxed{}} = \boxed{}$

個数の処理

(　　) 組 · 番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　) NO3

組合せ

n 個の異なるものの中から r 個を取り出して1組としたものを
n 個のものから r 個取った組合せといい、$_{n}C_{r}$ で表す。

$_{n}C_{r} = \dfrac{_{n}P_{r}}{r!}$ である。　　$_{n}C_{r} = {}_{n}C_{n-r}$

1. 次の値を求めよ。

(1) $_{5}C_{1}$　(2) $_{8}C_{5}$　(3) $_{9}C_{3}$　(4) $_{5}C_{5}$　(5) $_{9}C_{8} = {}_{\square}C_{\square}$　(6) $_{n}C_{3}$

2. 次の場合の数を求めよ。

(1) １０色の色鉛筆から３色の色鉛筆を選ぶ方法　[解] $_{\square}C_{\square} = \dfrac{\square \cdot \square \cdot \square}{\square \cdot \square \cdot \square} = \boxed{}$

(2) ７人のうち５人を選ぶ方法　[解] $_{\square}C_{\square} = \boxed{}$

(3) 正八角形の八個の頂点のうちの４個を頂点とする四角形の個数を求めよ。
[解] $_{\square}C_{\square} = \boxed{}$

3. １０人の生徒から５人の代表を選ぶとき

(1) 何通りの方法があるか。
(2) 特定の２人ＡＢが必ず選ばれる方法は何通りあるか

(1) $_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ ･･･答

(2) 特定の２人を除いた８人から３人選べばいいから $_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ ･･･答

4. ５人の男子と４人の女子からなるグループから、何人かの代表を選ぶとき、
次の場合の数を求めよ。

(1) ３人の代表を選び出す場合
(2) ３人の代表に特定の男子１人が含まれている場合
(3) 男子３人、女子２人を選び出す場合
(4) 男子４人、女子３人を選び出すのに、特定の男子２人と女子１人が含まれている場合

(1) $_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ ･･･答

(2) 特定の男子１人を除いた８人から２人選べばいいから $_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ ･･･答

(3) 男子５人から３人を選ぶ方法は $_{\square}C_{\square}$ 通り、そのおのおのについて
女子４人から２人を選ぶ方法が $_{\square}C_{\square}$ 通り
したがって $_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ ･･･答

(4) 特定の男子２人を除いた男子３人から２人と、特定の女子１人を除いた
女子３人から２人を選べばいいので $_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ ･･･答

5. a,b を含む１０人のなかから、５人を選んで円形のテーブルに着席させる方法のうち、
a,b がともに含まれる場合は何通りあるか。

6. ６本の平行線が他の８本の平行線と交わってできる平行四辺形はいくつあるか。

６本の平行線から２本、他の８本の平行線から２本で平行四辺形が１つできるから
求める平行四辺形の個数は　${}_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ …答

7. 正八角形について、次のものの個数を求めよ。

(1) 対角線
(2) 正八角形の頂点のうち３個を頂点とする三角形
(3) 直角三角形
(4) もとの八角形と辺を共有しない三角形

(1) 正八角形の２つの頂点を結ぶ線分は　${}_{\square}C_{\square}$ 通り、
そのうち、辺と一致するものが８本あるから　${}_{\square}C_{\square} - \boxed{} = \boxed{}$ …答

(2) ８個の頂点から３個を選べばいいので　${}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ …答

(3) ８個の頂点から２個とってできる直径は$\boxed{}$個あり、この１本を辺にもつ
三角形は$\boxed{}$個できるから、全部で $\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$(個)

(4) ２辺を共有する三角形は、頂点１つについて１個できるから　$\boxed{}$個
１辺を共有する三角形は、正八角形の辺１つについて$\boxed{}$個できるから、８ × $\boxed{}$ 個
全体から、１辺を共有する三角形と、２辺を共有する三角形の個数を引けばよいので
$\boxed{}$個 …答

問題７ １２人の生徒を次のように分ける方法は何通りか

(1) ７人, ５人の２組に分ける。　(2) ４人ずつA, B, Cの３室に入れる。
(3) ４人ずつ３組に分ける。　(4) ５人, ４人, ３人の３組に分ける。
(5) ３人、３人、６人の３組に分ける。

(1) １２人から７人を選ぶ組合せの数に等しいので　${}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$ …答

(2) １２人から４人選んでAに入れ、残り８人から４人選んでBに入れ、
最後の４人をCに入れればよいので　${}_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$

(3) (2) の総数のうち３組の並べ方だけ同じものがあるので、
${}_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} \div \boxed{}! = \boxed{}$

(4) １２人から５人選び、その各々の場合について、残り７人から４人選ぶ場合の数と同じなので
${}_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} = \boxed{}$

(5) １２人から３人選び、その各々の場合について、　残り~~6人~~9人から３人選ぶ場合の数のなかに
2! だけ同じものがあるので
${}_{\square}C_{\square} \times {}_{\square}C_{\square} \div \boxed{}! = \boxed{}$

個数の処理

(　　) 組・番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　) NO5

同じものを含む順列

n 個のもののうち p, q, r, ･･･ 個が同じものであるときの順列の総数は

$\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots}$ ただし、$p+q+r+\cdots=n$

8. YOKOHAMA という語の８文字すべてを並べてできる順列の総数を求めよ。 $\dfrac{\square!}{\square!\square!}=\boxed{}$ ･･･答

9. 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3 の７個の数字全部を使ってできる７桁の整数の総数を求めよ。

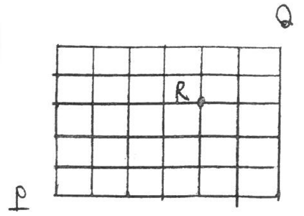
$\dfrac{\square!}{\square!\square!}=\boxed{}$ ･･･答

10. 右図のような道なる町がある。次の場合の最短経路は何通りあるか。次の３つの場合について答えよ。

(1) ＰからＱへ行く場合

(2) 地点Ｒを通って行く場合

(3) 地点Ｒを通らないで行く場合



(1) 右へ６区画、上に５区画進むので $\dfrac{\square!}{\square!\square!}=\boxed{}$ ･･･答

(2) ＰからＲの道順に、ＲからＱの道順を掛ければよいので

$\dfrac{\square!}{\square!\square!}\times\dfrac{\square!}{\square!\square!}=\boxed{}$ ･･･答

(3) 全部の道順から地点Ｒを通る道順を引けばよいので $\boxed{}-\boxed{}=\boxed{}$ ･･･答

方程式の自然数解の個数

11. (1) $x+y+z=10$ を満たす自然数解 x, y, z の総数を求めよ。

$x=5$、$y=2$、$z=3$ という解は　○○○○○｜○○｜○○○

１０個の○を１列に並べ、そのすき間９箇所から２箇所を選んで仕切棒｜を入れる方法の総数に等しいから　$_{\square}C_{\square}=\boxed{}$ (通り)

(2) $x+y+z=10$ を満たす整数　解 x, y, z の総数を求めよ。

$x=4$、$y=0$、$z=6$ という解は　○○○○｜｜○○○○○○

１０個の○と２個の仕切棒｜を１列に並べる並べ方の総数に等しいから

$\dfrac{\square!}{\square!\square!}=\boxed{}$ (通り)

個数の処理　　(　　)組・番号(　　)氏名(　　　　　　)NO6

12. １２個のりんごをを４人に分配する。次の問いに答えよ。

(1) １個ももらわない人があってもよいとして何通りの分け方があるか。

> A＝4、B＝0、C＝3、D＝5 という解は　○○○○ || ○○○ | ○○○○○
>
> １２個の○と３個の仕切棒 | を１列に並べる並べ方の総数に等しいから
>
> $\dfrac{\square !}{\square !\,\square !}=\square$ (通り)

(2) １人最低１個はもらうものとして何通りの分け方があるか。

> A＝5、B＝2、C＝3、D＝2 という解は　○○○○○ | ○○ | ○○○ | ○○
>
> １２個の○を１列に並べ、そのすき間１１箇所から３箇所を選んで仕切棒 | を入れる
> 方法の総数に等しいから　　$_{\square}C_{\square}=\square$ (通り)

13. 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3 の７個の数字がある。次の問いに答えよ。

(1) ７桁の整数は全部で幾つできるか。

> 全体の並べ方から１０万の位に０が入る場合を除けばよいので
>
> $\dfrac{\square !}{\square !\,\square !}-\dfrac{\square !}{\square !\,\square !}=\square$ (通り)

(2) ７桁の偶数はいくつできるか。

> １の位が０のとき、$\dfrac{\square !}{\square !\,\square !}=\square$ (通り)
>
> １の位が２のとき、
>
> ２を除いた全体の並べ方から１０万の位に０が入る場合を除けばよいので
>
> $\dfrac{\square !}{\square !}-\dfrac{\square !}{\square !}=\square$ (通り)
>
> したがって、$\square+\square=\square$ (通り)

14. a, b, c, d, e の５人を A, B の２つの部屋に入れるとき、次の分け方は何通りあるか。

(1) 空室があってよい

> a, b, c, d, e の５人は、それぞれ A, B のどの部屋に入ってもよいから、その入り方は２通りずつある。
>
> したがって　$\square^{\square}=\square$ (通り)

(2) 空室がない

> (1) の場合の中に、全部 A に入る場合と、全部 B に入る場合があるので
>
> $\square^{\square}-\square=\square$ (通り)