等差数列

(　　) 組・番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　)NO1

1. 初項 a, 公差 d の等差数列の一般項 a_n は $a_n = a + (n-1)d$

2. 初項から第 n 項までの和 S_n は　$S_n = \dfrac{n}{2}(a+\ell) = \dfrac{n}{2}\left\{2a + (n-1)d\right\}$ (a は初項,ℓ は末項)

3. 数列 a, b, c が等差数列 $\Longleftrightarrow$ $2b = a + c$

1. 公差が -3，第 6 項が 5 である等差数列の初項を求めよ。また，第 10 項を求めよ。

2. 第 10 項が 49、第 23 項が 10 である等差数列 $\{a_n\}$ について次の問に答えよ。
   (a) 初項 a と公差 d を求めよ。

   (b) -83 はこの数列の第何項か。また、第何項が初めて負になるか。

   (c) 初項から第何項までの和が最大となるか。また、そのときの和を求めよ。

3. 初項 2, 末項 38, 項数 10 の等差数列の和を求めよ。

4. 初項 3, 公差 2 の等差数列の第 n 項までの和を求めよ。

5. $2, 5, 8, \cdots\cdots, 101$ の和を求めよ。

6. 10 から 100 までの整数で 3 で割ると 2 余る数の和を求めよ。

等比数列

(　　) 組 · 番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　　)NO2

1. 初項 a, 公比 r の等比数列の一般項 a_n は　$a_n = ar^{n-1}$

2. 初項から第 n 項までの和 S_n は

　$r \neq 1$ のとき　$S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \dfrac{a(1 - r^n)}{1 - r}$　(aは初項,r は公比)

　$r = 1$ のとき　$S_n = na$

3. 数列 a, b, c が等比数列　$\iff$　$b^2 = ac$

1. 公比が 3, 第 5 項が 162 である等比数列の初項 a を求めよ。

2. 等比数列 $2, -6, 18, -54, \cdots$ の一般項 a_n を求めよ。また，第 7 項を求めよ。

3. 第 2 項が 6、第 5 項が 48 である等比数列について次の問に答えよ。
　(a) 初項 a と公比 r を求めよ。

　(b) 一般項 a_n を求めよ。

4. 初項 9, 公比 -3 の等比数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

5. 等比数列 $1, -3, 9, -27, \cdots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。

6. 第 2 項が 2，初項から第 3 項までの和が 7 である等比数列の，初項 a と公比 r を求めよ。

7. 初項が 2，公比がである等比数列において，初めて 1000 より大きくなるのは第何項か。

【和の記号 $\sum$】　　(　) 組・番号 (　) 氏名 (　　　　　)NO3

1. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$	2. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
3. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$	4. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 1 = n$

1. 次の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(4k+3)$

$$\sum_{k=1}^{n}(4k+3) = 4\sum_{k=1}^{n}k + \sum_{k=1}^{n}3$$

$$= 4\cdot\boxed{} + 3\boxed{}$$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k-3)$

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-3) =$$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)$

$$\sum_{k=1}^{n}(k^2+k) = \sum_{k=1}^{n}k^2 + \sum_{k=1}^{n}k$$

$$= \boxed{} + \boxed{}$$

$$= \boxed{} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}}n(n+1)$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)\left\{(\qquad) + \boxed{}\right\}$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(2n+4) = \frac{1}{\boxed{}}n(n+1)\boxed{(\qquad)}$$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k^2-3k+2)$

$$\sum_{k=1}^{n}(k^2-3k+2) =$$

(5) 次の数列の和 S を求めよ。

(a) $1\cdot1+2\cdot3+3\cdot5+\cdots\cdots+n(2n-1)$

この数列の第 k 項 a_k は

$$a_k = \boxed{}$$

$$\sum_{k=1}^{n}(2k^2-k) = 2\sum_{k=1}^{n}k^2 - \sum_{k=1}^{n}k$$

$$= 2\cdot\boxed{} - \boxed{}$$

$$= 2\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(\qquad) - \frac{\boxed{}}{6}n(n+1)$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)\{2(\qquad) - \boxed{}\}$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(\qquad)$$

(b) $(1+1^3)+(2+2^3)+(3+3^3)+\cdots+(n+n^3)$

【和の記号 $\sum$】　　　(　　) 組・番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　) NO4

1．次の数列の第 k 項 a_k を求め、初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1) $1\cdot 3,\ 2\cdot 5,\ 3\cdot 7,\ 4\cdot 9,\ \cdots$

(2) $1^2\cdot 2,\ 2^2\cdot 3, 3^2\cdot 4,\ 4^2\cdot 5, \cdots$

(3) $2,\ 2+4,\ 2+4+6,\ 2+4+6+8,\ \cdots,\ 2+4+6+\cdots+2n$

(4) $1,\ 1+4,\ 1+4+7,\ \cdots\cdots,\ 1+4+7+\cdots+(3n-2)$

分数数列の和

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \qquad \frac{1}{(2n-1)(2n+1))} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$

2. 次の数列の和 S を求めよ。

(1) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$

(2) $\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

階差数列と一般項

数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると　$b_n = a_{n+1} - a_n$

$n \geqq 2$ のとき　$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$

1．次の数列の一般項 a_n を求めよ。

(a) $1, 4, 11, 22, 37, 56, \cdots$

この数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると、

$\{b_n\}$ は3,7,$\boxed{}$,$\boxed{}$,$\boxed{}$,···

となり、第 n 項 b_n は，$b_n = \boxed{}$

したがって、$n \geqq 2$ のとき、

$$a_n = \boxed{} + \sum_{k=1}^{\boxed{}} (\boxed{})$$

$$= \boxed{} + 4 \cdot \frac{1}{2} n(n \,\boxed{}\, 1) - (n \,\boxed{}\, 1)$$

ゆえに、　$a_n = \boxed{}$

これは、$\boxed{}$のときにも成り立つ。

よって、$a_n = \boxed{} \cdots$ 答

(b) $1, 3, 6, 10, 15, \cdots$

(c) $10, 8, 4, -2, -10, \cdots$

(d) $1, 2, 5, 14, 41, \cdots$

【数列の和と一般項】　　　　　　(　　) 組 · 番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　)NO6

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると、
$a_1 = S_1$　　$n \geqq 2$ のとき　$a_n = S_n - S_{n-1}$

1．初項から第 n 項までの和 S_n が次の式で表されるとき、数列の一般項 a_n を求めよ。

(a) $S_n = 2n^2 - n$

[解]　$\boxed{}$のとき、

$a_n = S_{\boxed{}} - S_{\boxed{}}$

$= (2n^2 - n) - \{2(\qquad)^2 - (\qquad)\}$

$= (2n^2 - n) - (2n^2 - 5n + 3)$

$= 4n - 3$

$\boxed{}$のときは　$a_1 = \boxed{} = \boxed{}$

よって、$\boxed{}$のときも成り立つ。

したがって、一般項は　$a_n = \boxed{}$

(b) $S_n = n^2 + 4n$

(c) $S_n = n^3 + 2n + 6$

(d) $S_n = n \cdot 2^n$

【漸化式練習１】

(　　) 組 · 番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　　　)NO1

1. 等差数列を表す漸化式	$a_{n+1} = a_n + d \iff a_n = a_1 + (n-1)d$
2. 等比数列を表す漸化式	$a_{n+1} = ra_n \iff a_n = a_1 r^{n-1}$

1. 次の条件によって定義される数列の一般項 a_n を求めよ。

(1)$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 3$

初項$\boxed{}$、公差$\boxed{}$の等差数列だから

$\boxed{a_n = \qquad\qquad}$

(2)$a_1 = 2, a_{n+1} = -3a_n$

初項$\boxed{}$、公比$\boxed{}$の等比数列だから

$\boxed{a_n = \qquad\qquad}$

(3) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 5$

(4) $a_1 = 2, a_{n+1} - a_n = -3$

(5) $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n$

(6) $a_1 = 1, a_{n+1} = -2a_n$

【階差形式の漸化式】

$$a_{n+1} - a_n = b_n\ (n \text{ の式}) \iff n \geqq 2 \text{ のとき、} a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

(1) $a_1 = 2,\ a_{n+1} - a_n = 2n + 1$

数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると、

$b_n = a_{n+1} - a_n = 2n + 1$ だから

$n \geqq 2$ のとき、

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{\boxed{}} \left(\boxed{}\right)$$

$$= 2 + \boxed{} + \boxed{()}$$

$$= \boxed{}$$

これは、$\boxed{}$ のときも成り立つ。

答 $\boxed{}$

(2) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 3n - 1$

【漸化式練習２】

(　　) 組 · 番号 (　　) 氏名 (　　　　　　　　　　　　) NO2

【隣接２項間の漸化式】

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1, q \neq 0)$　このとき、$a_n - c = p(a_{n-1} - c) = p^{n-1}(a_1 - c)$

(1) $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 2$

$a_{\square} = 3a_{\square} + 2 \quad (n = 2, 3, 4, \cdots)$

$c = 3c + 2 \therefore\ c = -1$

両辺に$\square$を加えて

$a_n + \square = 3(a_{n-1} + \square)$

$a_n + \square = 3^{\square}(a_{\square} + \square)$

$a_n + \square = \square \cdot 3^{\square}$

$a_n = \square \cdot 3^{\square} - \square$

(2) $a_1 = 2, a_{n+1} = 4a_n - 3$

2. 次の条件によって定義される数列の一般項 a_n を求めよ。

(1) $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n + 2$

(2) $a_1 = 2,\ a_{n+1} = 2a_n$

(3) $a_1 = 3,\ a_{n+1} = a_n + 2^{n-1}$

(4) $a_1 = 5,\ a_{n+1} = a_n + 2n^2 + n - 1$

(5) $a_1 = 5,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$

(6) $a_1 = 1,\ 3a_{n+1} = a_n - 6$

【漸化式練習３】

(　) 組・番号 (　) 氏名 (　　　　　　　　)NO3

等差数列の応用型

(1) $a_1=3,\ \dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{1}{a_n}+1$

$b_n=\square$ とおくと、$b_1=\dfrac{1}{a_1}=\square$

$b_{\square}=b_{\square}+1$

数列 $\{b_n\}$ は、初項 $\dfrac{1}{3}$、公差 1 の等差数列

$b_n=\square=\dfrac{3n-2}{3}$

$a_n=\dfrac{1}{\square}=\square$

(2) $a_1=2,\ \dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{1}{a_n}+3$

【隣接２項間の漸化式の応用型 】

(1) $a_1=\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{3}{a_n}+2$

$b_n=\square$ とおくと、$b_1=\dfrac{1}{a_1}=\square$

$b_{\square}=3b_{\square}+1$

$c=3c+2 \quad \therefore \quad c=-1$

$b_{\square}\square\square=3(b_{\square}\square\square)\ (n=2,3,4\cdots)$

$=3^{\square}(b_{\square}\square\square)$

$=\square\cdot 3^{\square}$

$=\square^{\square} \qquad \therefore b_n=\square$

$a_n=\dfrac{1}{\square}=\square$

(2) $a_1=\dfrac{1}{2},\ a_{n+1}=\dfrac{a_n}{a_n+2}$

2 年数学公式テスト解答　(　)組・番号(　)氏名(　　　)

1. 次の公式を書け。

(1) $\sum_{k=1}^{n} 1 = \boxed{}$　(2) $\sum_{k=1}^{n} k = \boxed{}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \boxed{}$　(4) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \boxed{}$

2. 次の数列の一般項を求めよ。

(1) 初項 a、公差 d の等差数列の一般項は、

(2) 初項 a、公比 r の等比数列の一般項は

3. a, b, c のあいだに成り立つ関係式を求めよ。

(1) 数列 a, b, c が等差数列であるとき、

(2) 数列 a, b, c が等比数列であるとき、

4. 初項 a、公差 d、末項 ℓ、項数 n の等差数列の和を S_n とする。

(1) $S_n = \boxed{}$　(2) $S_n = \boxed{}$

5. 初項 a、公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は、

(1) $r \neq 1$ のとき、$S_n = \boxed{}$　(2) $r = 1$ のとき、$S_n = \boxed{}$

6. 数列 $\{a_n\}$ の階差数列の第 n 項を b_n とすると、

7. 次の公式を書け。

(1) $\sum_{k=1}^{n-1} 1 = \boxed{}$　(2) $\sum_{k=1}^{n-1} k = \boxed{}$

8. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると、第 n 項 a_n は、